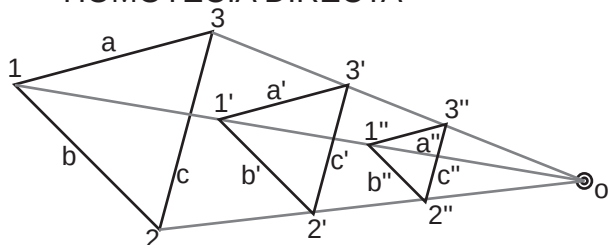


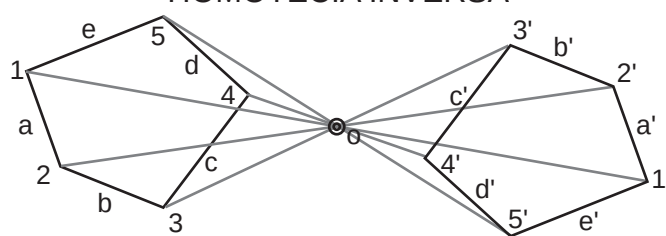
HOMOTECIA

La Homotecia es una transformación geométrica, una correspondencia biunívoca entre dos figuras en la que se cumple que las parejas de puntos homotéticos están alineados con el centro de homotecia y los segmentos homotéticos son paralelos.

HOMOTECIA DIRECTA



HOMOTECIA INVERSA



Cuando los puntos homotéticos se encuentran alineados con el centro pero en extremos opuestos de las radiaciones la homotecia es INVERSA. Cuando los dos puntos homotéticos se encuentran al mismo lado respecto al centro la homotecia es DIRECTA.

HOMOTECIA DIRECTA: Las figuras homotéticas directas son semejantes y nunca son equivalentes. El factor de proporcionalidad entre figuras homotéticas directas es siempre positiva.

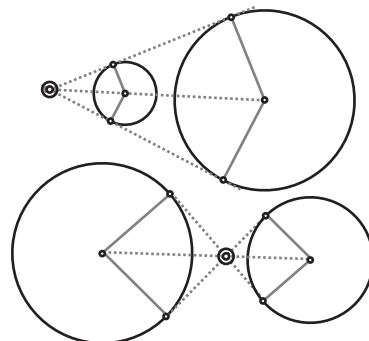
HOMOTECIA INVERSA: Las figuras homotéticas inversas responden a un factor de proporcionalidad negativo, son equivalentes si el factor de proporcionalidad es -1 . En este caso la figura no es semejante es el producto de dos simetrías axiales cuyos ejes, uno vertical y otro horizontal pasan por el centro de homotecia.

ELEMENTOS EN PROBLEMAS: Una homotecia queda definida al conocer algunos de los siguientes datos:

- 1- El centro de homotecia y un par de puntos homotéticos.
- 2- El centro y la razón de semejanza o factor de proporcionalidad.
- 3- Dos figuras homotéticas.

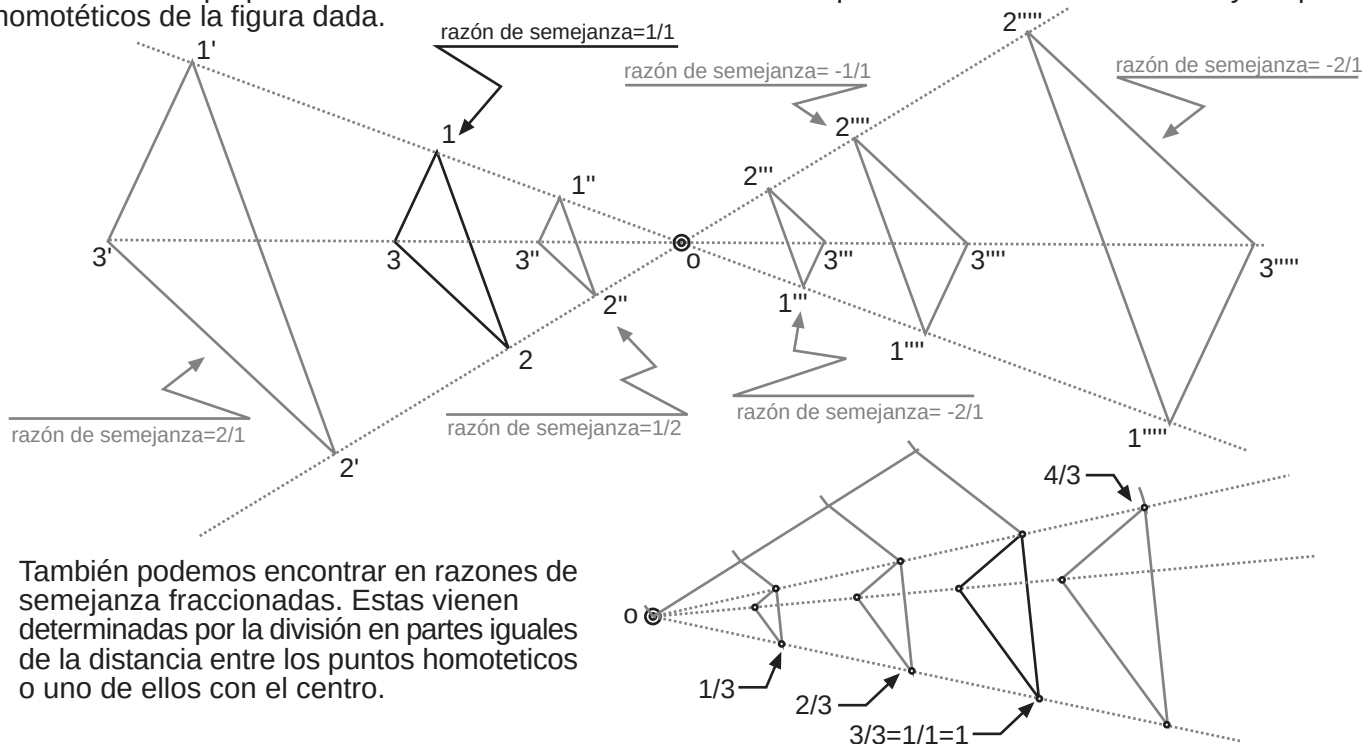
EN LA HOMOTECIA SIEMPRE SE CUMPLE

- 1- LOS PUNTOS homotéticos siempre están alineados con el centro de homotecia, mientras que las RECTAS homotéticas siempre son paralelas.
- 2- Dos CIRCUNFERENCIAS siempre son homotéticas y tienen el centro de homotecia alineado con los centros. El centro está en el punto donde se cortan las tangentes exteriores para homotecia directa y en el punto donde se cortan las tangentes interiores para la homotecia inversa. Los radios que van a parar a puntos homotéticos de las circunferencias son paralelos.



FACTOR DE PROPORCIONALIDAD EN LA HOMOTECIA (Razón de semejanza)

El factor de proporcionalidad en la homotecia viene marcado por la distancia entre el centro y los puntos homotéticos de la figura dada.



También podemos encontrar en razones de semejanza fraccionadas. Estas vienen determinadas por la división en partes iguales de la distancia entre los puntos homotéticos o uno de ellos con el centro.

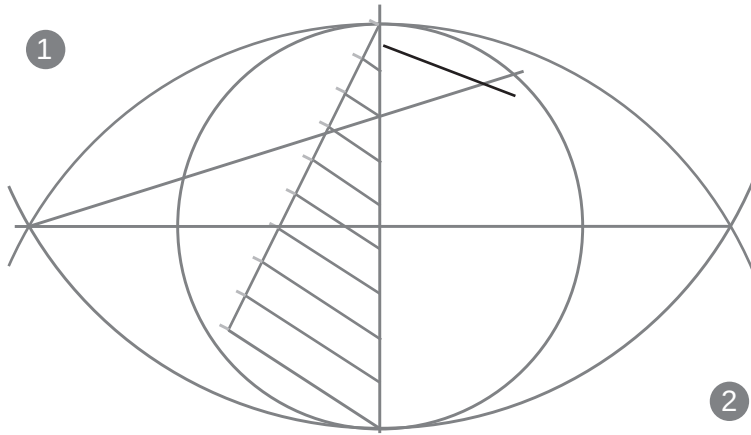


Dado el lado a , construir un polígono regular de n (9):

a

Si no conocemos o no nos acordamos del procedimiento para resolver este problema podemos recurrir a la homotecia para resolverlo. Necesitamos conocer, eso si, el procedimiento de construcción de un polígono de n lados dada la circunferencia.

1º- Trazamos una circunferencia cuyo radio elegimos nosotros mismos. Tendremos que calcular, a ojo, que la circunferencia pueda albergar un polígono del numero de lados pedido y cuya magnitud del lado sea menor que la del lado que nos dan en el enunciado. Sobre esa circunferencia procederemos a trazar un polígono con el numero de lados pedido.



No llegaremos a trazar todo el polígono. Y sólo trazaremos el primer rayo proyectante sobre la circunferencia y el primer lado.

A partir de ahí, haciendo uso de la homotecia, construiremos el polígono que pide el enunciado.

Empleamos el centro de la cir. aux. (O) como centro de homotecia. El diámetro vertical es un radio de la operación.

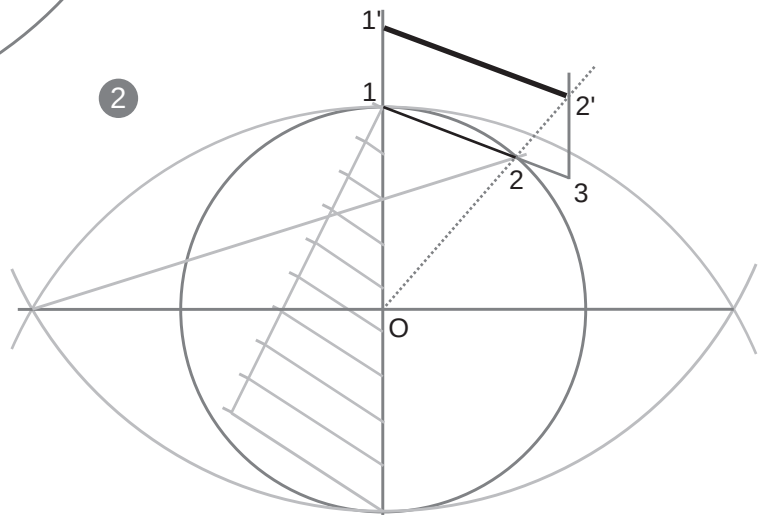
2º- Nombramos los extremos del lado auxiliar que hemos conseguido 1-2. Buscamos el lado 1'-2'.

-Para ello prolongamos 1-2 hasta hacerlo coincidir con la magnitud del lado (a) del enunciado. (punto 3)

-Pasaremos otro radio de la homotecia por 2.

-Desde 3 una paralela al diámetro vertical para encontrar 2'

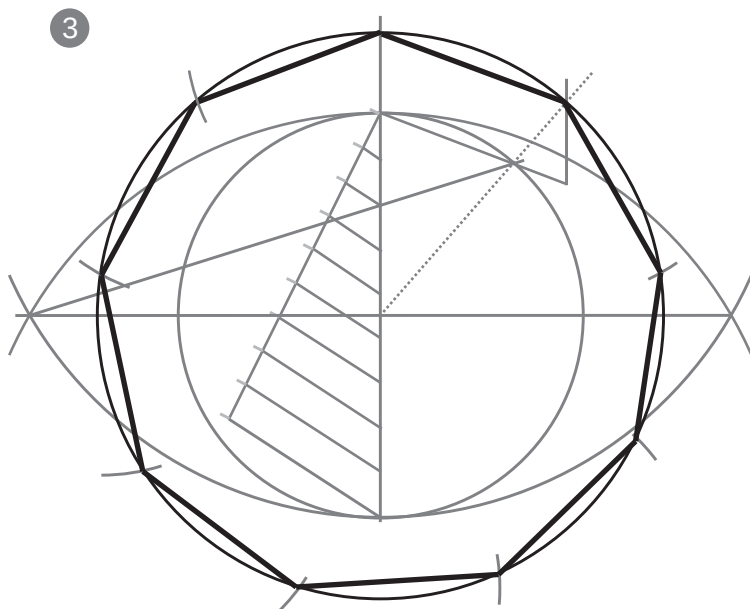
-1' lo encontramos sobre el diámetro trazando desde 2' una paralela al lado 1-2



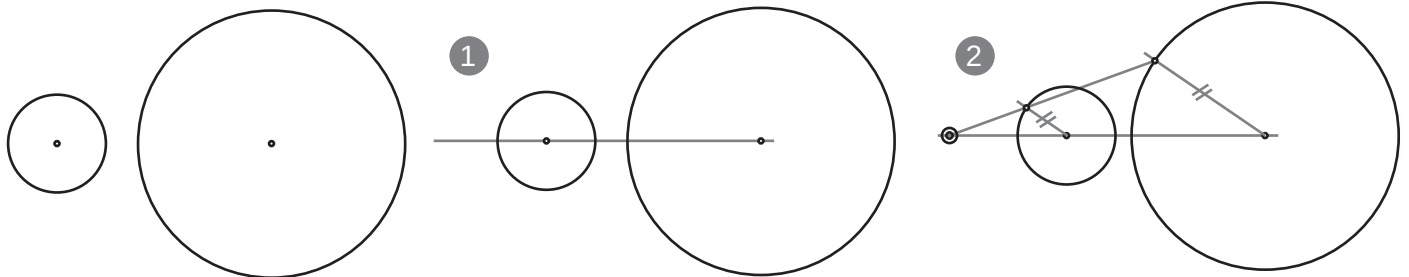
3º- Con centro en O trazamos la circunferencia que pasa por 1' y 2'. Con el compás tomaremos la medida 1'-2' y la repetiremos sobre la circunferencia para obtener los demás vértices.

Así pues hemos construido un polígono con el numero de lados que nos pedían pero de menor tamaño (no lo hemos llegado a dibujar, solo hemos dibujado el primer lado).

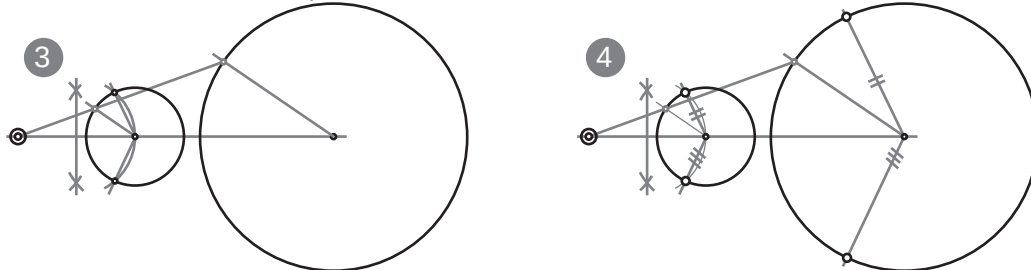
Empleando el centro de la circunferencia circunscrita como centro de homotecia, hemos ampliado el polígono hasta que la magnitud del lado coincide con la del enunciado.



Dadas dos circunferencias y sus centros, trazar las tangentes exteriores empleando las propiedades de la homotecia.

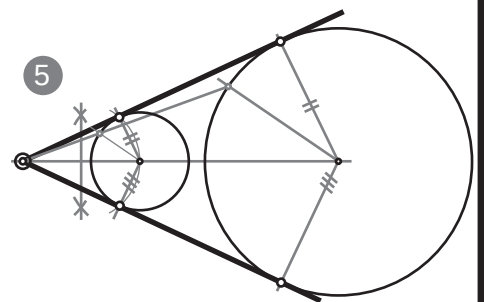


- 1º- Trazamos una recta que une los centros de las dos circunferencias.
- 2º- Trazamos dos radios paralelos a las circunferencias y unimos los dos puntos de intersección con las circunferencias para DETERMINAR sobre la recta que une los centros de las circunferencias el CENTRO DE HOMOTECIA directa.

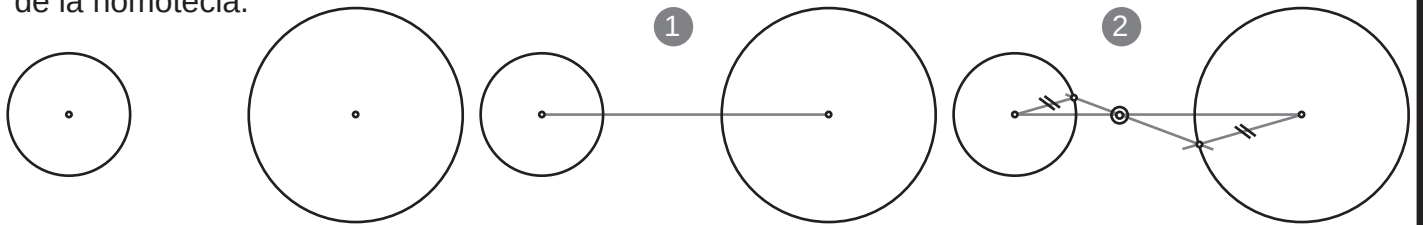


- 3º- Hallamos los puntos de tangencia de las rectas tangentes a la circunferencia más próxima al centro de homotecia que pasan por este. No las dibujamos todavía, sólo los radios que van a los puntos de tangencia.
- 4º- En la circunferencia mayor trazamos radios paralelos (homotéticos) a los hallados en el paso anterior y determinamos los puntos de tangencia.
- 5º- Las rectas tangentes exteriores deben de pasar por los puntos de tangencia dos a dos y por el centro de homotecia, las trazamos.

HEMOS ENCONTRADO EL CENTRO DE HOMOTECIA DIRECTA, HALLADO LOS PUNTOS DE TANGENCIA CON UNA CIR. Y ENCONTRADO SUS HOMOTÉTICOS EN LA SEGUNDA PARA RESOLVER EL PROBLEMA.

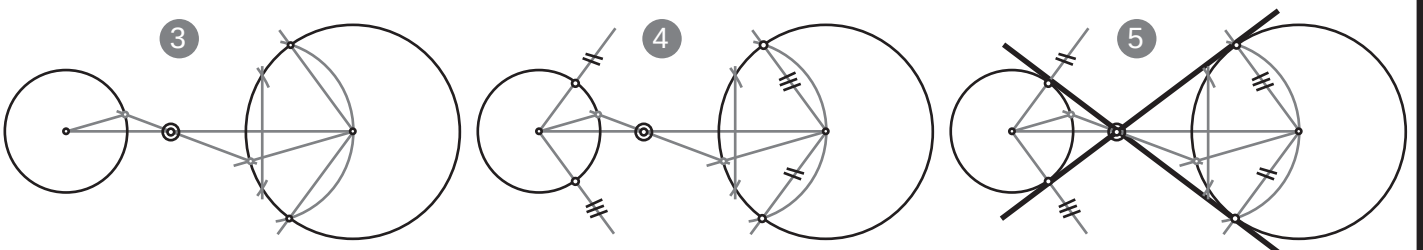


Dadas dos circunferencias y sus centros, trazar las tangentes interiores empleando las propiedades de la homotecia.



BUSCAMOS EL CENTRO DE HOMOTECIA INVERSA:

- 1º- Unimos los centros de las circunferencias. Sobre este segmento se encontrará el centro de homotecia.
- 2º- Trazamos dos radios paralelos a las circunferencias pero en lados opuestos de la recta que une los centros. Obtenemos dos puntos de intersección, uno en sobre cada circunferencia. Los unimos y el punto de intersección de este segmento con el que une los dos centros de la circunferencia es el CENTRO DE HOMOTECIA INVERSA.



- 3º- Hallamos los puntos de tangencia de las rectas tangentes que pasan por el centro de homotecia a una de las circunferencias (hemos usado la más grande por claridad). No trazamos las tangentes pero sí sus radios.
- 4º- Trazamos radios paralelos a los últimos en la otra circunferencia pero invirtiendo el lado de la recta que une los centros al que se encuentran. Así obtenemos los puntos de tangencia en la otra circunferencia.
- 5º- Unimos los puntos de tangencia para obtener las rectas tangentes, estas tienen que cortarse en el centro de homotecia.